**HFST 27 bronnen van een magnetisch veld**

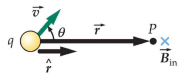
•De eerste bronnen van magnetisme waren permanente magneten.

•Later heeft men ontdekt dat ook een draad waar een stroom doorloopt een magnetisch veld creëert.

•In het algemeen kan men stellen dat een lading in beweging een magnetisch veld veroorzaakt.

Het magnetische veld van bewegende puntladingen

Wanneer een puntlading q met een snelheid v (veel kleiner dan de lichtsnelheid) beweegt, dan produceert de bewegende puntlading een magnetisch veld B in de ruimte, gegeven door:

Met ^r een eenheidsvector die van de bewegende lading met snelheid v naar het veldpunt P wijst, en µ0 is een cste van proportionaliteit genaamd de permeabiliteit van vacuum:



(de cste 1/4π is arbitrair gekozen zodat de factor 4π niet zou voorkomen in de wet van Ampère die verder besproken wordt) 

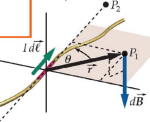
Vergelijking met Eveld van een puntlading:

Het magnetische veld tgv stromen: De wet van Biot-Savart

In het vorige hfst hadden we onze kennis van krachten op puntladingen uitgebreid naar krachten op stroomelementen door qv te vervangen met het stroom element I dℓ. We doen nu hetzelfde voor het magnveld dat geproduceerd wordt door een stroom element. Het magn veld dB tgv een stroom element I dℓ wordt gegeven door :



Dit noemt men de wet van Biot-Savart!(was ook afgeleid door Ampère)

Dit is analoog aan de wet van Coulomb voor het Eveld tgv een 

puntlading.

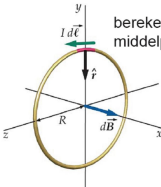
Een verschil tussen het magnveld en het Eveld is hun richtend

aspect. Het Eveld wijst in de radiale richting ^r vanuit de

puntlading naar het veld punt (voor een positieve lading), en

het magnetisch veld is loodrecht tov ^r en v.

B tgv een cirkelvormige draad.

Het magnveld in het middelpunt van de cirkel tgv het stroom 

element (I dℓ) is gericht langs de as van de cirkel, en zijn

grootte wordt gegeven door:



Met Ѳ = de hoek tussen dℓ en ^r, welke 90° is voor elk stroom

element zodat sinѲ = 1.

Het magnetische veld tgv de gehele stroomdoorlopen ring

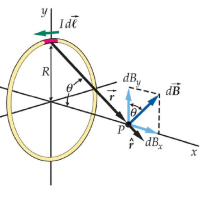
wordt gevonden door te integreren over alle

stroomelementen in de ring. Aangezien R dezelfde is voor alle

elementen verkrijgen we:



Nog een voorbeeld: Stroomdoorlopen ring, Bveld op een punt van de as.

•richting B-veld ? 

kijk eerst naar stukje bovenaan de ring :

magneetveld zoals getekend op de figuur.

Denk dan dat stukje aan onderkant is, dit geeft

analoog veld maar dan met de y-componente in

de tegengestelde richting.

netto B-veld heeft dus enkel bijdrage langs de x

as. We kunnen voor de ganse ring steeds 2

stukjes vinden waarvoor de y-comp.

tegengesteld is.

•grootte B-veld ?



We hebben hier gebruik gemaakt van het feit dat r²=x²+R² en dat dℓ en ^r loodrecht zijn tov elkaar, zodat |dℓ x ^r|=dℓ

Aangezien we, wanneer we de integreren over de gehele cirkel, enkel een netto Bveld in de x richting bekomen, berekenen we de x component van het veld:



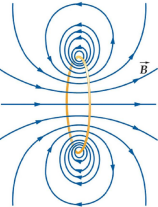
We integreren over de gehele cirkel en krijgen:



Als we op een grote afstand van de cirkel kijken, dus als:



Dan



Met

(magnetisch dipool moment)

Deze uitdrukking voor |x| >> R i.e. ver weg van de ring

geldt niet enkel voor punten op de as maar is algemeen

geldig ! (zonder bewijs)



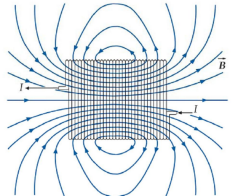
Waarbij r = afstand van ring tot punt waar veld gezocht wordt.

Magnetisch veld tgv een solenoïde

•solenoïde : draad opgerold als dicht opeengepakte helix.

Bij benaderingis dit een opeenstapeling van ringen.

de solenoïde wordt gebruikt om een sterk uniform magneetveld te creërenin het gebied dat omgeven wordt door de solenoïde.

solenoïde speelt dezelfde rol als de vlakke-plaat condensator bij E-velden. De magnetische veldlijnen voor een lange, dicht opgewonden solenoïde: 

(merk op dat de magn veld lijnen van een

solenoïde identiek zijn aan die van een

staafmagneet met dezelfde vorm als de

solenoïde)

Binnen de solenoïde zijn de veldlijnen ongeveer paralell aan de as en zijn ze dicht en uniform verdeeld, wat wijst op een sterk, homogeen magn veld. Buiten de solenoïde zijn de lijnen veel minder dicht op elkaar. De veld lijnen lopen uit het ene eind en in het andere.

Berekening van het magnveld: 

Beschouw een solenoïde met lengte L en N

windingen van een draad met stroom I.

We kiezen de as van de solenoïde als de x

as, met het linkereinde op x = x1 en het

rechter einde op x = x2. We willen het

magnetische veld berekenen in de

oorsprong (x =0).

Op de figuur zie je een element van de

solenoïde van lengte dx op een afstand x

van de oorsprong. Als n = N/L (= aantal

windingen per lengte-eenheid), dna zijn er n

dx windingen van de draad in dit

element,waarbij elke winding een stroom I draagt. Het element is dus equivalent aan een enkele cirkel die een stroom di = n I dx draagt.

Het magnetische veld op een punt op de x-as tgv een cirkel in de oorsprong die een stroom = n I dx draagt wordt gegeven door:



(we hebben hier dus I vervangen door di = n I dx)

Deze uitdrukking geeft ook het magn veld in de oorsprong tgv stroomdoorlopen cirkel op afstand x. We vindne het magnetische veld in de oorsprong tgv de volledige solenoïde door te integreren van x = x1 tot x= x2. dan verkijgen we:



Een solenoïde wordt een lange solenoïde genoemd wanneer zijn lengte L veel groter is dan zij nstraal R. Als we binnen in en ver weg van de uiteinden van een lange solenoïde het magnveld berekenen, dan benadert linker term tussen de haken de waarde +1 en de rechterterm benadert dan -1. In een gebied die aan de voorwaarden voldoet is het magn veld dan:



Als men kiest dat het linkeruiteinde van de solenoïde zich in de oorsprong bevindt , x1 = 0 en x2 = L. En als dan L >> R, dan is de rechterterm tussen de haken = 0 en de linker term benadert dan 1, zodat 1

*B nI* ≈ ** .

2

0

Dus ,de grootte van B op een van beide uiteinden van een lange solenoïde is de helft van de grootte van het veld in punten binnen de solenoide, op een afstand van beide uiteinden.

Bveld tgv een stroom in een rechte geleider.

de figuur geeft de geometrie weer voor 

het berekenen vh Bveldf op een punt P

tgv een stroom in het segment van een

rechte draad.

We kiezen R de loodrechte afstand tuss

het punt P en de draad. En we kiezen de x

as samenvallend met de draad waar bij x =

0 het punt is op de loodrechte projectie

van P op de as.

Een typisch stroomelement I dℓ op een

afstand x van de oorsprong is aangeduid.

De vector r wijst van het element naar het

veldpunt P. De richting van het Bveld in P

tgv dit element is de richting van

 , welke uit het papier is. Merk op

*I d r* × ˆ

dat het Bveld tgv alle stroom elementen

van de drraad in dezelfde richting is. Dus,

we moeten alleen de grootte vna het

magn veld berekenen:



Het is handigere om dit in termen van Ѳ te schrijven ipv Ф:



Om te sommeren over alle stroomelementen, hebben we een realtie nodig tussen de variabelen Ѳ, r en x. Het blijkt het makkelijst om x uit te drukken in termen van r en Ѳ. We hebben: 

Wanneer we de differentieel neme nvan deze uitdrukking met R = een cste dan krijgen we: 

We hier gebruikt dat sec Ѳ = r/R.

Als we bovenstaande uitdrukking substitueren in de eerste vgling dan krijgen we: 

Integreren van Ѳ = Ѳ1 tot Ѳ = Ѳ2, waarbij Ѳ1 en Ѳ2 gegeven zijn in de figuur, geeft:

Dit resultaat geeft het magnveld tgv een stuk draad in termvan van de loodrechte afstand R en Ѳ1 en Ѳ2. Wanneer de lengte van de draad oneindig lang wordt in beide richtingen, dan benadert Ѳ2 +90° en Ѳ1 -90°. Het resultaat voor zo’n heel lange draad, waar bij Ѳ1 = -90° en Ѳ2 = +90° is: 

Op elke punt in de ruimte zijn de magnetische veldlijnen van een

lange, rechte stroomdragende draad tengentieel tov de cirkel met

straal R rond de draad (R is de loodrechte afstand van de draad

naar het veldpunt.)

De richting van B ka nbepaald worden door gebruik te maken van

de rechterhand regel. De magnetische veldlijnen omcirkelen de

draad in de richting van de vingers van je rechter hand wanneer je

duim in de richting van de stroom wijst.

Magnetische kracht tussen twee stroomdoorlopen draden

•we beschouwen 2 geleidende 

draden waardoor een stroom loopt

in dezelfde richting. De kracht op

de 2de draad tgv. het B-veld van de

eerste draad is :



De eerste draad ondervindt een

gelijkaardige kracht tgv Bveld van de 2e

draad.

Wanneer de twee stromen vd draden

parallel zijn: aantrekking

Tegengestelde stromen: afstoting.

De grootte van de magnetische kracht

op het segment is:



(want het magnetisch veld op het segment is loodrecht tov het stroom segment.)

Als de afstand R tussen de draden veel kleiner is dan hun eigen lengte, dan zal het veld in tgv stroom I1 het veld tgv een onenidig lange stroomdragende draad benaderen, welke gegeven wordt door:



De grootte van de kracht op het segment is daarom:



De kracht per lengte-eenheid is



In hfst 21 werd de coulomb gedefineerd in termen van ampère. De eigenlijke definitie van ampere is: “de constante elektrische stroom die, wanneer hij wordt onderhouden in twee rechte parallelle geleiders van oneindige lengte en van verwaarloosbare doorsnededie op een afstand van 1 m van elkaar staan, tussen de geleiderseen kracht veroorzaakt met als grootte 2 x 10-7N per meter.”

Wet van Gauss voor magnetisme

Blijnen vormen gesloten curves in tegenstelling tot Elijnen die beginnen en eindigen op elektrische ladingen. De magnetische equivalent van een elektrische lading is een magnetische pool, zoals aan de uiteinden van een magneet. Magnetische veldlijnen stoppen of beginnen niet aan de polen, ze lopen door de magneet van de zuid naar de noord pool. Als ee nGauss opppervlak 1 uiteinde van een magneet insluit, dan is het aantal veldlijnen dat hete oppervlak verlaten = het aantal magn veldlijnen die er binnenkomen. Dus, de nettoflux 

van een magnetisch veld door ee ngesloten oppervlak is altijd nul.

 (eenheid van magn flux = de Weber (Wb): 1Wb = 1 Tm²) Waarbij Bn de component van B is normaal tov het oppervlak S op het oppervlakte-element dA. De definitie van magnetische flux is identiek aan dat van elektrische flux, waarbij B vervangen wordt door E.

Dit resultaat noemt men de wet van Gauss voor magnetisme.

Wiskundig zegt het dat er geen punt is in de ruimte waar alleen magn veldlijnen toekomen of weggaan. Anders gezegd: geisoleerde magnetische polen bestaan niet!

Op de figuur worden Elijnen van een elektrische dipool met B lijnen van een magnetische dipool vergeleken. Merk op dat ver weg van de dipolen de veldlijnen identiek zijn. Maar binnen de dipool, zij nde lijnen van E direct tegengesteld aan de lijnen van B. De veldlijnen van E komen uit de postieve lading en komen samen in de negatieve lading, waar de veldlijnen van B continue doorlopen.

Wet van Ampère

In hfst 22 vonden we dat voor hoogsymmetrische ladingsverdelingen we het elektrische veld makkelijker konden berekenen door gebruik te make nvan de wet van Gauss ipv de wet van Coulomb. Een gelijkaardige situatie bestaat in magnetisme. De wet van Ampère relateert de tangentiele component Bt van het magnetische veld geintegreerd over een gesloten curve C tot de stroom Ic die door een oppervlak gebonden aan C stroomt. Deze wet kan gebruikt worden om een uitdruking voor het magnetische veld te vidnen in situaties die een hoge graadvan symmetrie hebben. In wiskundige vorm is de wet van Ampère:



Waar Ic de netto stroom is die door een oppervlak gebonden aan C

stroomt. 

De positieve tangentiële richting voor deze kringintegraal (i.e.

lijnintegraal) wordt gegeven door de positieve richting van de

stroom volgens de rechterhandregel.

De wet van Ampère geldt voor elke curve C, zolang de stromen

continue en constant zijn.

Dit betekent dat de stroom niet vandert in de tijd en dat de lading nergens opeenhoopt.

De wet van Ampère is nuttig bij het bereken en vna B in situaties met een hoge graad van symmetrie. De wet van Ampère en de wet van Gauss zijn allebei van groot theoretisch belang en beide wetten gelden bij symmetrie en geen symmetrie. Als er geen symmetrie is, zijn geen van beide wetten erg nuttig bij het berekenen van E of B.

De eenvoudigste toepassing van de wet van Ampère is het vinden van het magn veld van een oneindig lange, rechte, stroomdoorlopen draad.

Beschouw een cirkelvormige curve rond een lange draad zijn middelpunt op de draad. We weten dat de richting van het magnetische veld tgv elk stroomelement tangentieel is tov de cirkel door de wet van Biot-Savart. Aangenomen dat het magnetische veld tangentieel is tov de cirkel, dat het magn veld in dezelfde richting is als dℓ en dat het magnetische veld dezelfde grootte B heeft i nelke punt op de cirkel, dan geeft de wet van Ampère:

*B d I* = ** ∫ 

0 *C C*

Met B = Bt

Als we verder ook nog rekenign houden met:



dan krijgen we:



Opmerking: de curve hoeft geen cirkel te zijn, maar het wordt dan wel moeilijk om de integraal over een willekeurige curve te berekenen.

Beperkingen van de wet van Ampère:

1. Alleen nuttig voor berekening van Bvelden wanneer symmetrie hoog genoeg is 2. Enkel geldig voor gesloten geleiders (geen discontinuiteit in de stroom!)



Magnetisme in materie

Atomen hebben magnetische dipoolmomenten tgv.

1. de beweging van hun elektronen

2. het intrinsieke magnetische dipool moment geassocieert met de spin van het elektron

In tegenstelling tot de situatie met elektrische dipolen, heeft het parallel plaats van magnetische dipolen in een extern magnetisch veld MEESTAL de neiging dit veld te versterken! We kunnen dit verschil zien door de Elijnen van een elektrische dipool te vergelijken met de Blijnen van een magnetische dipool zoals we eerder gedaan hebben. Ver van de dipolen, zijn de veld lijnen identiek. Maar tussen de ladingen van de elektrische dipool, zijn de Eveldlijnen tegensteld van richting in vergelijking met het dipool moment, terwijl, binnenin de stroom lus, de magnetische veldlijnen parallel zijn aan het magnetische dipool moment. Dus, binnen een magnetisch gepolariseerd materiaal, creeeren de magnetische dipolen een magnetisch veld dat parallel is aan het magnetische dipool moment vectors.

Materialen worden in drie categorien verdeeld, afhankelijk van hun gedrag in een magnetisch veld: 1. paramagnetisch

2. diamagnetisch

3. ferromagnetisch

• **paramagnetisme** : is een gevolg van het feit dat (a) de spins van de ein

metalen of (b) de atomaire/moleculaire magnetische momenten zich

gedeeltelijk gaan richten volgens de richting van het externe

magneetveld. In een paramagneet is de interactie tussen de lokale

magnetische dipolen klein en ze zijn zonder extern B-veld daarom

willekeurig gericht (tgv. thermische agitatie). Extern B-veld zorgt voor

gedeeltelijk richten van magnetische dipolen volgens dit B-veld en

vergroten daarom het totale magnetische veld.

• **ferromagnetisme** : hier is er wel een sterke interactie tussen de

magnetische momenten. Zelfs bij kleine externe B-velden kunnen vele

magn. momenten gericht zijn volgens dit B-veld. Dit kan zelfs bij de

**afwezigheid v/e B-veld**. Dit zijn dan de **permanente** magneten.

• **diamagnetisme** : tgv. orbitaal magnetisch moment dat **geïnduceerd**

wordt door aanschakelen van extern magneetveld, en daarbij het veld verzwakken! Diamagnetiisme treedt in principe op in alle materialen, maar omdat deze geindiceerde magnetische momenten zeer klein zijn vergeleken met permanente magnetische momenten, is diamagnetisme vaak verborgen achter paramagnetisme of ferromagnetisme.

Het werkt het externe veld tegen en het is enkel merkbaar indien er

geen permanente magnetische momenten zijn en dus para- en

ferromagnetisme afwezig zijn.

Magnetisatie en magnetische susceptibiliteit

wanneer een materiaal in een sterk extern magnetisch veld wordt

geplaatst, dan gaan de magnetische dipoolmomenten (permanent of

geïnduceerd) zich richten volgens dit veld. Het materiaal is dan

**gemagnetiseerd**. Een gemagnetiseerd materiaal wordt beschreven

door zijn **magnetisatie** = het netto magnetisch dipoolmoment per

volume-eenheid.



(M in ampères per meter)

Wanneer we een extern magnetisch veld Bapp aanleggen dan wordt het totale magentisch veld in het materiaal gegeven door (zonder bewijs):



Voor para- en ferromagnetische materialen is M in dezelfde richting als Bapp; voor diemagnetische materialen is M tegengesteld aan Bapp.

Voor para- en diamagnetische materialen, vindt men dat de magnetisatie proporitoneel is tov het aangelegde magnetische veld dat ervoor zorgt dat de magnetische dipolen zich richting in het materiaal. Voor para-en diamagnetische materialen geldt dus dat:



Magnetische susceptibiliteit = dimensieloos getal, hangt af vh materiaal

We kunnen dan schrijven:



Waarbij



= de relatieve permeabiliteit van het materiaal

Voor paramagnetische materialen is Xm positief en klein en hangt af van

de temperatuur.

Voor diamagnetische materialen is Xm meestal nog kleiner maar negatief, onafhankelijk van de temperatuur.

Km is ongeveer 1.

De magnetisatie van ferromagnetische materialen is veel ingewikkelder. De relatieve permeabilitei gedefineerd als B/Bapp is niet constant en heeft maximum waardes die varieren van 5000 tot 100.000. in het geval van permanente magneten, is Km zelfs niet gedefineerd aangezien zulke materialen magnetisatie vertonen zelfs in de afwezigheid van een aangelegd veld.



Atomaire magnetische momenten 

De magnetisatie van een para- of ferromagnetisch materiaal kan

gerelateerd worden aan het permanent magnetisch moment van de

individuele atomen of elektronen van het materiaal.

Het orbitaal magnetisch moment van een atoom.

Beschouw een deeltje met massa m en lading q dat beweegt met een

snelheid v in een cirkel met straal r.

De grootte van het impulsmoment van het deeltje is dan:



De grootte van het magnetisch moment is het product van de stroom en het oppervlak van de cirkel: 

Als T de tijd is voor de lading om 1 omwenteling af te leggen, dan is de stroom (lading die een bepaald punt passeert per tijdseenheid) = q/T.

Aangeizen de periode T de afstand 2 π r is gedeeld door de snelheid, is de stroom: 

Het magnetisch moment is dan:



Als de lading q positief is, dan zijn de impulsmoment en het magnetisch moment in dezelfde richting. We kunnen dan schrijven:



dit resultaat geldt ook kwantummechanisch, maar het geldt niet voor het magn. moment tgv. de spin van het e-. voor de elektron spin is het magnetisch moment twee keer zo groot dan voorspelt door deze vgling.

De kwantummechanica voorspelt dat het orbitaal impulsmoment gekwantiseerd is en dus ook het orbitaal magnetisch moment.

Voor een elektron, m = me en q = -e, is het magnetisch moment van het elektron tgv zijn orbitaal beweging:



Waarbij



= de kleinste kwantum van een magnetisch moment = Bohr magneton.

Het magnetische moment van een elektron tgv zijn intrinsieke spin magnetisch moment S is: 

Enkel de kwantum mechanica levert hier het juiste resultaat.

Hier merken we dus een extra factor twee op tov de vorige vglin.

Voro atomen met geen ‘angular’ moment, is het netto magnetisch moment nul.

**Ferromagnetisme**

• Ferromagnetisme is een gevolg van de sterke interactie (de

“**EXCHANGE**” interactie) tussen de spins (en dus de

corresponderende magnetische momenten) van de elektronen in

een metaal (in een metaal bewegen de e- vrij rond) of van een

sterke interactie tussen de permanente atomaire magnetische

dipoolmomenten. Deze “exchange” interactie verlaagt de energie

wanneer de spins evenwijdig staan.

Ferromagnetische materialen hebben heel grote positieve waarden voor magnetische susceptibiliteit Xm (als gemeten onder condities die verder besproken worden). In deze materialen, kan een klein extern magnetisch veld een heel grote graad van gerichtheid van de atomaire magnetische dipolen veroorzaken. In sommige gevallen kan deze gerichtheid blijven bestaan zelfs wanneer het extern magn veld verwijderd wordt. Dit kan omdat de magnetische dipool momenten sterke krachten uitoefenen op hun buren zodat over een klein gebied de momenten zich volgens elkaar richten zelfs wanneer er geen extern veld is. Het gebied waarover de magnetische dipool momenten zich volgens elkaar richten noemt men het magnetische domein.

Dikwijls heeft een ferromagneet geen netto magnetisatie. Dit komt omdat er in het materiaal **magnetische domeinen** aanwezig zijn. Binnen deze domeinen zijn de spins evenwijdig gericht, maar elk domein kan een verschillende richting hebben voor de magnetisatie, zodat het netto magnetisch moment van een macroscopisch stuk van ferromagnetisch materiaal nul is in normale staat.

Boven een bepaalde kritische temperatuur, de Curie temperatuur genoemd, is de thermische agitatie groot genoeg om deze gerichtheid te verbreken en wordt het ferromagnetisch materiaal paramagnetisch. (de spins zijn dan willekeurig gericht)

Bij het aanschakelen van een extern magnetisch veld, kunnen de grenzen van de domeinen verschuiven of kunnen de richtingen binnen een domein veranderen zodat er een netto macroscopisch magnetisch moment is in de richting van het aangelegde veld. Bij toename van dit extern veld zullen uiteindelijk alle domeinen één groot domein vormen met een magnetisatie in de richting van het externe veld.

Aangeizen de graadvan gerichtheid groot is voor zelfs een klein extern veld, is de ht magnetisch veld dat geproduceerd wordt in het materiaal door de dipolen vaak veel groter dan het externe veld.

De magnetische domeinen in een materiaal noemt men soms ook “Weiss”-gebieden.

Permanente magneten zijn ferromagneten met een netto magnetisatie i.e. met een dominant domein of verschillende domeinen met een magnetisatie in dezelfde richting.

**Diamagnetisme**

elektronen beschrijven cirkelvormige baan rond de kern.

Wanneer nu B-veld wordt aangebracht, dan veroorzaakt dit een verandering (toe- of afname) in de snelheid waarmee dat elektron de cirkelbaan beschrijft. Men toont aan dat de hoeksnelheid verandert met (geen bewijs) :

 “Larmor frequentie”

Deze verandering in de hoeksnelheid maw. in de (hoek)frequentie

waarmee het elektron de cirkelbaan doorloopt induceert een

verandering in het magnetisch dipoolmoment µ.